



УДК 372.851

## ТОПОЛОГИЧЕСКАЯ КУЛЬТУРА В СОВРЕМЕННОМ СОЦИУМЕ

**Глизбург В.И.**

*доктор педагогических наук, профессор департамента методики обучения,  
институт педагогики и психологии образования,*

*ГАОУ ВО «Московский городской педагогический университет»,*

*г. Москва*

*[glizburg@mail.ru](mailto:glizburg@mail.ru)*

***Аннотация.** В данной статье представлено понятие «топологическая культура» с позиций его развития в современном социуме как одного из факторов образовательного и воспитательного процессов; рассмотрены философские проблемы обоснования влияния топологической культуры на процессы воспитания и образования; исследованы проблемы формирования топологических понятий и топологической культуры на различных уровнях образовательного процесса.*

***Ключевые слова:** топология, культура, топологическая культура, топологическое мышление.*

## THE TOPOLOGICAL CULTURE IN MODERN SOCIETY

**Glizburg V.I.**

*Doctor of Pedagogical Sciences, Professor of the Department of Teaching Methods,  
Institute of Pedagogy and Psychology of Education,*

*Moscow City University,*

*Moscow*

*[glizburg@mail.ru](mailto:glizburg@mail.ru)*

***Abstract.** In this article presents the concept of "topological culture" from the standpoint of its development in modern society as one of the factors of educational*

*and upbringing processes; the philosophical problems of substantiating the influence of topological culture on the processes of upbringing and education are considered; the problems of the formation of topological concepts and topological culture at various levels of the educational process are investigated.*

**Keywords:** *topology, culture, topological culture, topological thinking.*

На протяжении последних десятилетий активно возобновилась тенденция обсуждения гуманитаризации математики как науки и представляющих ее в учебных учреждениях математических дисциплин. Обоснованию факта необходимости и возможности данного явления способствуют и непосредственный гуманитарный потенциал математики и ее отраслей, и потребность в такой трактовке современного социума.

К непосредственно гуманитарному потенциалу математики относится несколько базовых факторов, в первую очередь к ним можно отнести следующие два: математический язык и содержательные особенности некоторых математических областей. Оба этих фактора оказывают существенное влияние на личностное формирование учащихся в процессе обучения математике на всех ступенях образовательного процесса.

Язык в широком смысле – это система знаков и правил оперирования ими. Согласно классификации Ч. Пирса (Peirce, 1958), определившего знак как некоторый материальный носитель, знаки делятся на природные и искусственные: иконы, индексы, символы. Иконы – это знаки, обеспечивающие совпадение формы и содержания; индексы представляют объекты по подобию или сходству; символы – это знаки, не имеющие ничего общего с обозначаемыми ими предметами. Язык может быть естественным – форма выражения мысли, средство общения между людьми и искусственным – вспомогательный, встречающийся в специальных областях человеческой деятельности, созданный для определённых частных целей (например, математический язык, системы счисления, языки программирования). В свою очередь, свойства знаковых систем, лежащих в основе представления математической информации,

исследуются семиотикой, представляющей собой трёхуровневый комплекс научных теорий, состоящий из синтактики, семантики и прагматики.

Исследуя содержательные особенности некоторых математических областей, прежде всего, необходимо обратиться к гуманитарному потенциалу этих областей, в частности – к топологии.

В настоящее время топология является наиболее активно развивающейся областью геометрической науки. Вместе с тем на основе выявленного ранее (Глизбург, 2008) гуманитарного потенциала топологии и ее обучения, а также сформулированного нами понятия топологической культуры и особенностей ее формирования (Глизбург, 2019) мы трактуем топологию как философскую форму восприятия взаимосвязей и зависимостей реального мира. На основе данного толкования мы предлагаем введение раннего ознакомления с топологическими понятиями, что, в свою очередь, позволяет на соответствующих ступенях образования сформировать у учащихся мировоззрение в русле логического понимания развития мира, происхождения естественных процессов, способствующее формированию интеллектуально-творческого потенциала личности (Савенков, Романова, 2009).

В связи с тем, что объектом изучения топологии выступают свойства фигур, инвариантные под действием взаимно однозначных и непрерывных отображений (гомеоморфизмов), к числу базовых понятий топологии принадлежит непрерывность, которая среди прочих отношений эквивалентности является наиболее глубоким как в силу общности этого понятия, так и в силу того, что имеет гуманитарное и даже философское обоснование.

В свою очередь, человеку свойственно воспринимать естественно протекающие процессы как непрерывные, понятие непрерывности естественно для сознания человека, а нарушение непрерывности он воспринимает как катаклизм. Именно эти факторы и позволяют нам объективно рассматривать понятие непрерывности как базовый элемент образования и воспитания в процессе обучения топологическим знаниям и формирования топологической культуры.

Восприятие ребёнка обеспечивает ему наглядное осознание образа реального мира, отражающее его объективную реальность; восприятие математических объектов как форма отражения предмета, сопровождаемое процессом их визуализации, включает их выявление, различение признаков объекта, вычленение в нем информативного содержания, адекватного цели направленного действия.

Вслед за учеными-философами А. Бергсоном (Bergson, 1911), Ж. Делезом (Deleuze, 1969) и М. Понти-Мерло (Понти-Мерло, 1999), исследовавшими, в частности, в указанных источниках аспекты философии восприятия, мы определяем следующее назначение топологии (Глизбург, 2019): принятие и трансформация потоков информации, формирование мировоззренческих взглядов с учетом сложных взаимосвязей окружающего мира, отличающихся постоянством, постижение образующих системы оснований и их внутренних переплетений, не подвластных воздействию каких-либо многочисленных и разнообразных разрушительных процессов; появление на базе этого структур, идей, концепций, характеризующихся целостностью и взаимозависимостью.

С позиции такой трактовки мы ставим и решаем следующие проблемы: выявление гуманитарного потенциала топологии и представление понятия «топологическая культура» с позиций его развития в современном социуме как одного из факторов образовательного и воспитательного процессов; исследование философских проблем обоснования влияния топологической культуры на процессы воспитания и образования человека, а также проблемы формирования топологических понятий и топологической культуры на различных уровнях образовательного процесса.

Мы вводим понятие топологической культуры, основываясь на следующих традиционных характеристиках (Николаева, 2018), включающих в себя, например, уровни развития исторических эпох, народностей и наций, организации жизнедеятельности человека и создаваемых им ценностей; сферы духовной жизни человека или жизни отдельных сообществ, в частности профессиональных.

В итоге топологическую культуру мы рассматриваем с двух сторон: во-первых, как определенный уровень развития человека и окружающего его социума, соответствующий осознанной реализации в практической деятельности совокупности знаний, умений и навыков; во-вторых, как интеллектуальные возможности, нравственную и эстетическую сферы, мировоззрение, благодаря которым в полном объеме воспринимаются сложные непрерывные взаимосвязи окружающего мира. Кроме того, во многом с помощью топологической культуры осознаются и внедряются в жизнь такие системообразующие основания, как гуманность, экологичность, этические и правовые нормы и проч., а также их внутренние инвариантные связи, на которые воздействуют многообразные искажающие реальность процессы. Итогом становятся выработанные системы идей, целостных структур, взглядов на мир в его взаимозависимостях (Глизбург, 2019). Существует и более узкое определение дефиниции «топологическая культура», которое, прежде всего, включает в это понятие в ряду необходимых составляющих реализуемые в сфере математической деятельности топологические знания, умения и навыки.

В свою очередь, базовые топологические понятия формируются на основе разработанного и внедрённого нами в процесс обучения комплексного философско-исследовательского генетического подхода, базирующегося на естественном происхождении и применении математической теории.

При этом особое внимание нами уделено развитию топологического мышления, которое регулирует целостность и связанность различных операций. С точки зрения И.А. Кребель, топологическое мышление представляет собой многоуровневый процесс непрерывного познания истины в качестве не адекватности, а события, воздействующего на формирование новых знаний с опорой на устойчивые понятия, осознанные прежде (Кребель, 2007).

Развитие этого типа мышления у человека начинается с двухлетнего возраста. Топологическое мышление отвечает за связность и целостность операций, требующих воспроизведения логических конструкций; именно в это время дети склонны постоянно совершать преобразования с объектом. В этот

период своего развития ребенок начинает различать топологические объекты, в том числе фигуры – открытые, замкнутые. Некоторые исследователи полагают, что ребенок, основываясь на интуиции фундаментальной топологии, в дальнейшем более свободно разбирается в направлении проективных, метрических и топологических структур (Piaget, 1974). При этом предпосылки образования понятий основных математических структур изначально заложены в мышлении ребенка.

Это подтверждает нашу позицию о наличии гуманитарного потенциала топологии и топологических факторов обучения, возможности развития и воспитания личности на базе топологических понятий, которыми интуитивно владеет ребёнок с самого раннего возраста. С этой целью нами выделены топологические факторы, которые стало возможным применить благодаря философскому обоснованию базовых математических топологических понятий непрерывности, многообразия, системности, дискретности, гомеоморфизма, инвариантности, целостности, компактности, ограниченности, связности. Актуализация этих понятий лежит в основе специальной системы заданий, направленной на развитие обучающегося. В первую очередь к такого рода заданиям относятся задания, направленные на умение ориентироваться в пространстве; выделять из множества заданных фигур требуемые по различным критериям, имеющие определенные одинаковые свойства, например, замкнутые, ограниченные или открытые; осуществлять определенные действия с фигурами, например, компоновка целого или разрезание на части, раскраска и т. д.

Исследуя проблему обучения топологии с учётом реализации ее гуманитарного потенциала на различных уровнях образования, необходимо также обратить особое внимание на топологическую подготовку учителя и формирование его топологической культуры.

В настоящее время подготовка будущих специалистов предполагает преподавание также различных специальных курсов, направленных на углубленное освоение специализированных разделов дисциплин учебного плана. Так, например, нами разработаны и реализованы на практике следующие

специальные курсы обучения студентов топологическим знаниям: «Топология как философия восприятия реального мира и его взаимосвязей» и «Элементы общей топологии» (Глизбург, 2019). В обоих курсах представлены циклы авторских задач, позволяющие студентам изучать топологические вопросы, что способствует как углубленному пониманию ими предмета топологии, так и формированию их топологической культуры. Задачи цикла представлены последовательно, реализуя принцип зацепления: от задач по наглядной топологии до теоретического обоснования топологических инвариантов и рассмотрения частных проблем теории многообразий. Решение подобных задач формирует приемы мыслительной деятельности, демонстрирует красоту и элегантность топологии.

Таким образом, к топологическим факторам, лежащим в основе развития обучающегося, мы относим:

- основание топологии на непрерывности как наиболее благоприятном факторе восприятия человеком протекающих естественных процессов, имеющем философское обоснование;
- топологические инварианты, знание которых позволяет постигать и применять в процессе развития системообразующие основания;
- реабилитационный потенциал топологии, способствующий адаптации учащихся с ограниченными возможностями;
- адаптационные возможности топологии в инклюзивном развитии;
- визуализационные возможности топологии в формировании и развитии математических понятий.

Поскольку в современном социуме в образовательный процесс произошло устойчивое внедрение цифровизации, предполагающее кардинальное изменение его традиционных устоев на всех ступенях и во всех областях: естественнонаучных, математических, филологических, то при обучении топологическим понятиям, способствующим формированию топологической культуры, мы наравне с традиционными факторами оптимизации названных

процессов, такими как гуманитаризация, гуманизация, интеграция, фундаментализация, информатизация и цифровизация образования, внедряем также следующие: цифровизацию контроля и измерения результатов обучения (Аксенова и др., 2012), внеучебной деятельности и различного рода исследований. При этом ведущая роль отведена разнообразным цифровым ресурсам, выбор которых зависит от их соответствия изучаемой области, потребностей, возможностей как содержательных, так и технических, в том числе диалоговых (педагог – обучаемый), от уровня технического оснащения образовательного процесса мобильными устройствами, например, ноутбуками и планшетами, объединёнными в большинстве случаев в единые локальные сети и имеющими доступ в Интернет, а также интерактивными досками и другими устройствами. Среди таких ресурсов, на наш взгляд, практикующему педагогу имеет смысл особое внимание уделить платформам, учебным информационно-поисковым системам, электронным учебным пособиям, системам тестирования (Глизбург, 2021). Разнообразие цифровых ресурсов диктует свои законы их применения и, разумеется, его методику. В частности, выбор ресурса и методики его применения определяется уровнем требуемых абстракций (Глизбург, Маринюк, 2020), реализуемых на различных этапах образовательного процесса.

Нами в процессе формирования топологических понятий применяются следующие технологии дистанционного обучения: информационно-коммуникационные универсального назначения; Big Data; дистанционного (онлайн) обучения с использованием адаптивных систем обучения; «смешанного обучения» (blended learning).

Остановимся подробнее на специализированных возможностях некоторых цифровых ресурсов, таких как Microsoft Teams, Microsoft Whiteboard, Zoom Video Communications, которые одновременно обеспечивают и качественную удаленную связь, и возможности интерактивного подключения электронных досок с синхронным их использованием всеми участниками. Каждый из названных ресурсов позволяет реализовать различные формы и уровни активности дистанционной работы обучаемых, при этом обеспечивает

визуализацию абстрактных, в частности, топологических понятий. Так, например, при отправке преподавателем своей электронной виртуальной доски в канал конференции, на котором проходит занятие, участники дистанционного учебного процесса могут активно сотрудничать, делая записи на одной и той же виртуальной доске. В случае же обычной демонстрации преподавателем своей электронной доски путём открытия доступа к экрану своего компьютера (планшета) участники дистанционного учебного процесса могут лишь созерцать представленное им изображение написанного на доске без возможности активного участия и внесения письменных поправок в ход решения. К пассивной форме применения названных цифровых ресурсов относится и демонстрация презентаций, которую цифровые ресурсы позволяют осуществлять сразу несколькими способами, к основным из которых относятся отправка непосредственно презентации или ссылки на неё в чат канала; открытие доступа к презентации; открытие доступа к экрану устройства докладчика.

Проверка усвоения пройденного материала может при таком обучении осуществляться в ходе тестирования учащихся, например, посредством Microsoft Forms, который полностью ассоциирован с упомянутыми выше ресурсами.

Во всех рассмотренных случаях цифровые ресурсы способствуют организации самостоятельной поисковой деятельности учащихся, повышению качества результатов обучения, усиливают практическую направленность как on-line, так и of-line занятий, стимулируют познавательную и творческую активность.

Выбор цифрового ресурса и поддерживающего его оборудования существенно зависит от требований рассматриваемой дисциплины; целей и задач учебной дисциплины; информационных предпочтений преподавателя и обучаемых; уровня подготовки участников образовательного процесса; стоимости программных продуктов; наличия лицензий на право использования программных продуктов.

При этом, выбирая компьютерный пакет, в первую очередь следует обратить внимание на соответствие пакета требованиям к решаемым задачам;

возможный объем обрабатываемых данных; требования к квалификации пользователя (уровень знаний в соответствующей области); требования к оборудованию; структуру его модулей; наличие ассистирования; синтаксис выполняемых программ; наличие автоматизированного процесса обработки данных; функционал введения данных и составление отчета о результатах; совместимость с различным программным обеспечением.

С позиции математики топология изучает инвариантные свойства фигур при деформациях, осуществляемых без разрывов и склеиваний.

С позиции философии топология представляет собой исследование реальности в ходе практической деятельности, определенным образом влияющее на особенности движения мысли, в том числе опыт изучения ее динамично изменяющегося характера, рельефности, полноты, которую можно по праву сравнить с полноценной жизнью. С помощью топологии сводятся в одно целое интеллектуальные и телесные аспекты, в какой-то мере снимается агрессивная бинарность двух противоположностей («дух – тело», «реальность – человек»), что отсылает к древней природной целостности и единству первичной сущности (Савчук, 2004).

С этой точки зрения интересны некоторые философские подходы к топологии: логицистский (Frege, 1979; Frege, 1960), берущий свое начало от идей Лейбница о том, что математика сводится к логике; интуиционистский, основывающийся на положениях Брауэра (Brouwer, 1975), рассматривающих исходные математические объекты как интуитивно данные; формалистский, который, по мысли Гильберта (Гильберт, 1998), видит цель обоснования математики в доказательстве непротиворечивости одной математической теории с помощью положений другой; системный, в котором, согласно Гуссерлю (Гуссерль, 1996), заложено понимание развития математических структур, усложняющихся относительно определенных функций свою внутреннюю и внешнюю организацию.

Таким образом, мы можем резюмировать с учетом описанных выше подходов к философскому обоснованию топологии, что центральная идея

следующая: необходимо осознание наличия философской категориальной основы, в рамках которой будут осуществляться все топологические идеализации и логические операции с ними.

### Литература

1. Аксенова, М.В., Виноградова, Е.П., Вирановская, Е.В., Глизбург, В.И. и др. (2012) Управление качеством в профессиональном образовании. Коллективная монография / под редакцией Т. И. Уткиной. Оренбург, 2012. – 203 с.
2. Гильберт, Д. (1998) Избранные труды. Избранные труды. В 2 т. Т. I. Теория инвариантов. Теория чисел. Алгебра. Геометрия. Основания математики. М.: Факториал, 1998. – 578 с.
3. Гильберт, Д. (1998) Избранные труды. Избранные труды. В 2 т. Т. II. Анализ. Физика. Проблемы. М.: Факториал, 1998. – 608 с.
4. Глизбург, В.И. (2008) Топология линии как средство развития математической культуры учащихся // Математика в школе № 10, 2008. С. 40–45.
5. Глизбург, В. И. (2019) Гуманитарный потенциал топологической подготовки учителя: Монография. М.: Издательство «Перо», 2019. – 103 с.
6. Глизбург, В.И. (2021) Цифровая дидактика как дисциплина программы магистерской подготовки // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Информатизация образования. 2021. Т. 18. № 2. С. 180–187.
7. Глизбург, В. И., Маринюк, А. А. (2020) Цифровая визуализация начальных геометрических понятий // Начальная школа. 2020. № 9. С. 63–65.
8. Гуссерль, Э. (1996) Начало геометрии. // Гуссерль Э. Деррида. Начало геометрии. М., 1996. – С. 210–246.
9. Кребель, И.А. (2007) Язык «живой архаики» в философии Серебряного века. Философия и социальная динамика XXI века: Материалы II Международной научной конференции. Омск, СИБИТ, 2007. В 3 т. Т. 3. – С. 178–197.

10. Николаева, Е.А. (2018) Отражение проблемы формирования культурной идентичности в женской литературе. В сборнике: Формирование культурной идентичности обучающихся в процессе филологического образования. составитель и ответственный редактор Т. И. Зиновьева. Москва, 2018. С. 52–66.
11. Понти-Мерло, М. (1999) Феноменология восприятия. Пер. с фр. под ред. И. С. Вдовиной, С. Л. Фокина. СПб.: Ювента; Наука, 1999. – 603 с.
12. Савенков, А.И., Романова, М.А. (2009) Основные факторы развития интеллектуально-творческого потенциала личности. Вестник Тамбовского университета. Серия: Гуманитарные науки, 2009, 7 (75), 234–238.
13. Савчук, В.В. (2004) Введение в топологическую рефлексию. Курс лекций. СПб., Изд-во Санкт-Петербургского философского общества, 2004. – 187 с.
14. Bergson, A. (1911) Matter and memory. Authorized translation by Nancy Margaret Paul and W. Scott Palmer. London, Swan Sonnenschein & co.; New York, The Macmillan co., 1911. – 359 P.
15. Brouwer, L. (1975) Intuitionism and Formalism. Collected Works. Vol. 1. Amsterdam, 1975. P. 90–92.
16. Deleuze, Gilles (1969) Logique du sens, Les éditions de Minuit (coll. « Critique »), Paris, 1969. – 392 p.
17. Frege, G. (1960) On the Foundation of Geometry // The Philosophical Review. XIX. 1960. PP. 15–17.
18. Frege, G. (1979) Posthumous Writings. The University Chicago Press. 1979. PP. 273–279.
19. Peirce, Ch. S. (1958) Collected Papers of Charles Sanders Peirce, Harvard University Press. Vol. 1-6, 1931-1935; Vol. 7-8, 1958.
20. Piaget, J. (1974) Adaptation vitale et psychologie de l'intelli gence. Selection organique et Phenocopie. Paris. Hermann. 1974. – 109 p.